

# Daljinska istraživanja i radiometrija

Prof. dr. sc. Juraj Bartolić

Sveučilište u Zagrebu Fakultet elektrotehnike i računarstva  
Zavod za radiokomunikacije

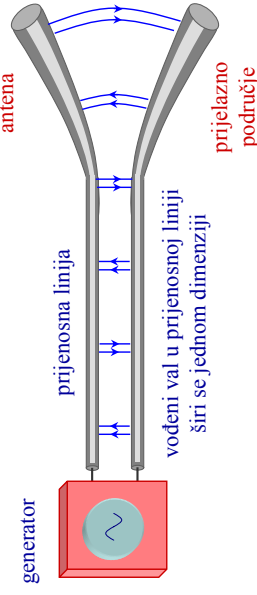
# Antene i rasprostiranje elektromagnetskih valova

21. veljače 2011.

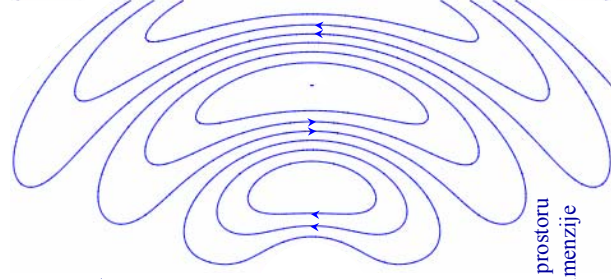
## Što je antena?

### Definicija udruge IEEE

Antena je sredstvo (ili naprava) za odašiljanje i primanje radijskih valova.

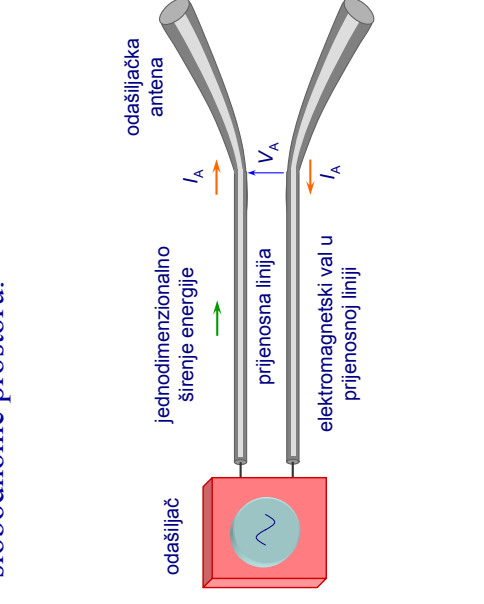


val u slobodnom prostoru širi se u sve tri dimenzije



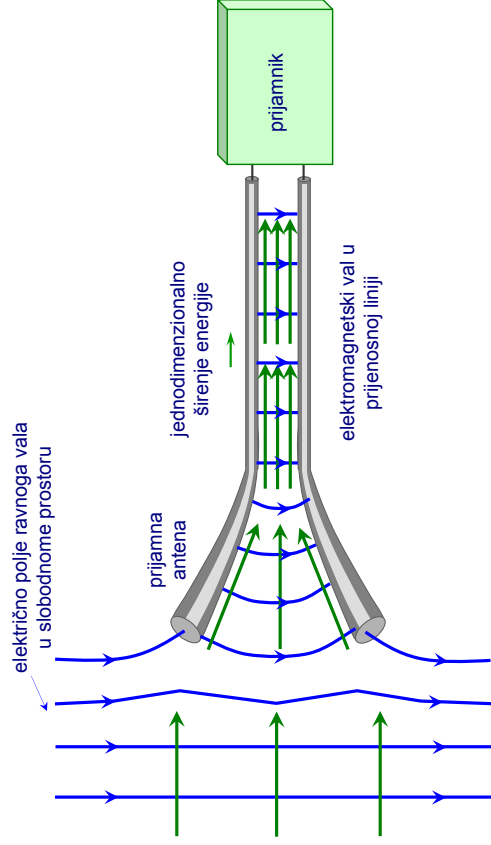
## Što je antena?

Odašiljačka antena pretvara jednodimenzionalni elektromagnetski val iz prijenosne linije u trodimenzionalni elektromagnetski val u slobodnome prostoru.



## Što je antena?

Prijamna antena pretvara trodimenzionalni elektromagnetski val iz slobodnoga prostora u jednodimenzionalni val u prijenosnoj liniji.



## Osnovna funkcija antene

1. Prilagodba trodimenzionalnog (3D) vala iz slobodnoga prostora jednodimenzionalnom (1D) vođenom valu u prijenosnoj liniji, i obratno
2. Usmjeravanje energije u željenom smjeru unutar zadanog prostora

## Geometrija antene

1. **linearne** (ravni vodiči, žičane antene)
  - rad na nižim frekvencijama; < 1 GHz)
2. **površinske** (otvor koji zrači EM energiju)
  - rad na višim frekvencijama; > 1 GHz)

## Frekvencijski opseg

1. **rezonantne** (uskopojasne); relativna širina pojasa do 10%
2. **širokopojasne**; omjer gornje i donje granične frekvencije od 2 : 1 do 40 : 1

## Elektronička svojstva

1. **pasivne** (recipročne); jednaka svojstva pri odašiljanju i primanju
2. **aktivne** (necipročne) – integrirane s aktivnim komponentama i sklopovima kao što su pojačala, oscilatori, mješala i sl.)

## Temeljna pretpostavka

**Pri proučavanju antena, smatrat ćemo da je antena izolirana u slobodnome prostoru.**

No antene se često nalaze uz Zemljinu površinu ili blizu većih građevina i prirodnih objekata (planine, brda, vegetacija...) pa se javljaju nepoželjni učinci zbog refleksije, loma, raspršenja, ogiba itd.

Stoga je pojam “izolirana antena” samo teorijska pretpostavka.

## Ideja superpozicije

Temelja ideja u teoriji antena jest **superpozicija**.

Polje koje proizvodi skup izvora jednako je zbroju polja pojedinačnih izvora. (To je proširenje ideje ukupnog djelovanja naboja – električna sila koju proizvodi skup naboja jednaka je superpoziciji električnih sila pojedinačnih naboja.)

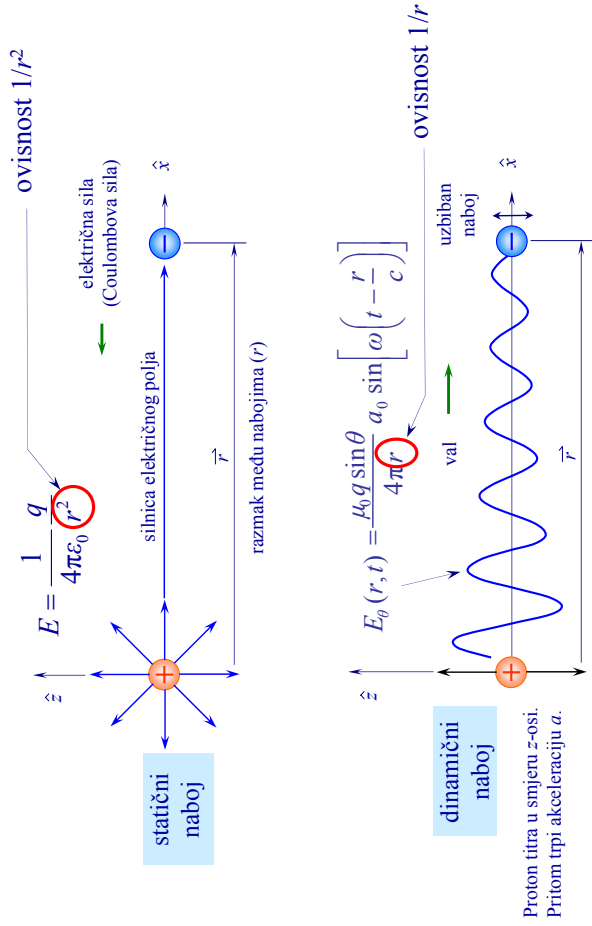
Ako svi izvori imaju isti smjer struje, onda se ukupni potencijal može dobiti zbrajanjem pojedinačnih potencijala.

## Frekventijsko područje

- Elektromagnetski (EM) je spektar iznimno velikog raspona. Valne duljine EM-valova protežu se u rasponu od kilometarskih valnih duljina do submilimetarskih ( $< 1$  mm). Tim valnim duljinama odgovaraju frekvencije u rasponu od 100 kHz do iznad 300 GHz.
- Antene omogućuju brzu ( $c \approx 300.000$  km/s) komunikaciju »uživo« prema »onome tamo« i od »onoga tamo«.
- Porastom ljudskih aktivnosti usmjerenih ka svemiru, potrebe za antenama rasti će do stupnja koji nikad prije nismo upoznali, a niti ga možemo zamisliti.
- John D. Kraus (2006.): “*Premda sa Zemlje možemo promatrati samo daleku prošlost svemira, budućnost antena seže do zvizda*”

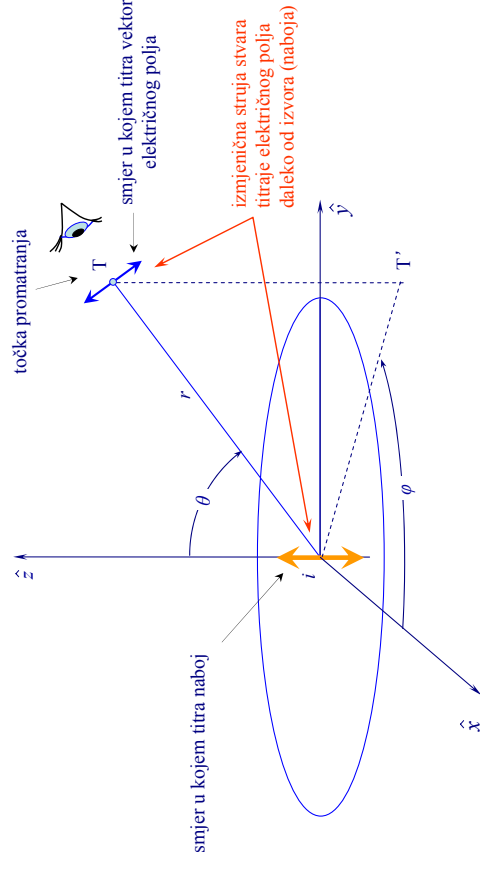
## Kako antena zrači?

### Zračenje ubrzanog naboja (1)



## Kako antena zrači?

### Zračenje ubrzanog naboja (2)



## Maxwellove jednažbe (1)

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

Faradayev zakon

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

Ampèreov zakon

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = \vec{\rho}(\vec{r}, t)$$

Gaussov zakon

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0$$

Gaussov zakon

$\vec{E}$	električno polje	(volt po metru; V/m)
$\vec{H}$	magnetsko polje	(amper po metaru; A/m)
$\vec{B}$	gustoća magnetskog toka	(tesla; T)
$\vec{D}$	gustoća električnog toka	(kulon po četvornom metru; )
$\vec{J}$	gustoća električne struje	(amper po četvornom metru; )
$\rho$	gustoća električnog naboja	(kulon po prostornom metru; )

## Maxwellove jednažbe (2)

Hamiltonov diferencijalni operator (*nabla* ili *del-operator*) definiran je u uvodu kao

$$\nabla = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$$

gdje  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  i  $\hat{z}$  označuju jedinične vektore u smjeru osi trodimenzionalnog pravokutnog koordinatnog sustava.

Izvori naboja  $\rho(\vec{r}, t)$  i struje  $\vec{J}(\vec{r}, t)$  uzrokuju električna i magnetska polja.

## Elektromagnetski valovi (1)

### Valna jednačba

Jedan od najznačajnijih rezultata Maxwellovih jednačba pokazuje mogućnost rasprostiranja elektromagnetskih valova koji mogu prenositi energiju i informaciju prostorom. Elektromagnetski val tvore vremenski promjenljivo električno i magnetsko polje. Ta polja putuju slobodnim prostorom brzinom svjetlosti  $c$ . Matematički, elektromagnetski su valovi podskup rješenja Maxwellovih jednačba. Ta rješenja zadovoljavaju elektromagnetsku valnu jednačbu koju je moguće izvesti iz Maxwellovih jednačba pod određenim uvjetima. Za električno i magnetsko polje valne jednačbe poprimaju sljedeći oblik:

$$\nabla^2 \underline{E} + k^2 \underline{E} = 0$$

$$\nabla^2 \underline{H} + k^2 \underline{H} = 0$$

gdje je  $k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$  valni broj ili koeficijent faze koji se obično bilježi s  $\beta$ . Električno i magnetsko polje mogu općenito imati sve tri komponente, u smjeru  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  i  $\hat{z}$ . Podcrtane veličine označuju fazore.

## Elektromagnetski valovi (2)

### Valna jednačba

Da bi se objasnila valna priroda elektromagnetskih polja, može se konstruirati jednostavno rješenje jednačbe za koje je  $\nabla \cdot \underline{E} = 0$ , a vektor električnog polja jednak je u svim točkama ravnine koja je okomita na jedan pravac. Radi jednostavnosti, može se uzeti da je taj pravac  $z$ -os pravokutnog koordinatnog sustava i pretpostaviti da električno polje ne djeluje u smjeru  $y$ -osi, ili  $E_y = 0$ . Budući da je  $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ , izlazi da je  $\nabla^2 = \partial^2/\partial z^2$  pa se valna jednačba svodi na oblik

$$\frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial z^2} + \beta^2 \underline{E} = 0$$

Pogledajmo sad koje komponente električnog polja uopće postoje. Kako u području bez naboja mora vrijediti Gaussov zakon,  $\nabla \cdot \underline{E} = 0$ , dobiva se

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

## Elektromagnetski valovi (2)

### Valna jednačba

Da bi se objasnila valna priroda elektromagnetskih polja, može se konstruirati jednostavno rješenje jednačbe za koje je  $\nabla \cdot \underline{E} = 0$ , a vektor električnog polja jednak je u svim točkama ravnine koja je okomita na jedan pravac. Radi jednostavnosti, može se uzeti da je taj pravac  $z$ -os pravokutnog koordinatnog sustava i pretpostaviti da električno polje ne djeluje u smjeru  $y$ -osi, ili  $E_y = 0$ . Budući da je  $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ , izlazi da je  $\nabla^2 = \partial^2/\partial z^2$  pa se valna jednačba svodi na oblik

$$\frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial z^2} + \beta^2 \underline{E} = 0$$

Pogledajmo sad koje komponente električnog polja uopće postoje. Kako u području bez naboja mora vrijediti Gaussov zakon,  $\nabla \cdot \underline{E} = 0$ , dobiva se

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

## Elektromagnetski valovi (3)

### Rješenje valne jednačbe – ravni val

Jednačba  $d\underline{E}/dz = 0$  može se zadovoljiti samo ako je  $\underline{E}_z$  konstantno ili jednako nuli. Ako je polje u smjeru  $z$ -osi konstantno, radi se o statičkom električnom polju koje nas ne zanima. Znači da u ovom slučaju, uz pretpostavku  $E_y = 0$ , električno polje ne može imati komponentu u smjeru rasprostiranja, pa ostaje samo komponenta polja u smjeru  $x$ -osi. Tako se valna jednačba svodi na običnu skalarnu diferencijalnu jednačbu drugog reda

$$\frac{d^2 \underline{E}_x}{dz^2} + \beta^2 \underline{E}_x = 0$$

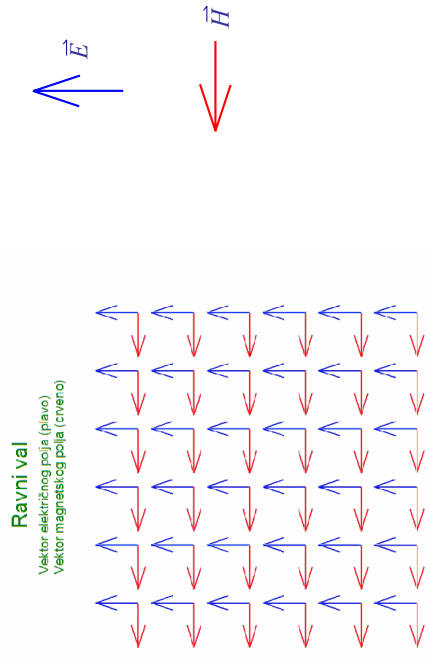
čije je opće rješenje periodična valna funkcija oblika

$$\underline{E}_x(z) = \underline{E}_0^+ e^{-j\beta z} + \underline{E}_0^- e^{j\beta z}$$

Veličine  $\underline{E}_0^+ = E_0^+ e^{j\phi_+}$  i  $\underline{E}_0^- = E_0^- e^{j\phi_-}$  označuju proizvoljne kompleksne amplitudne konstante, gdje su  $\phi_+$  i  $\phi_-$  početni uvjeti, a  $E_0^+$  i  $E_0^-$  moduli kompleksnih amplituda valova koji putuju u pozitivnom, odnosno negativnom smjeru  $z$ -osi.

## Što je ravni val?

- Ravni val dinamična je promjena vektora električnog i magnetskog polja koji leže u ravnini okomitoj na smjer rasprostiranja.

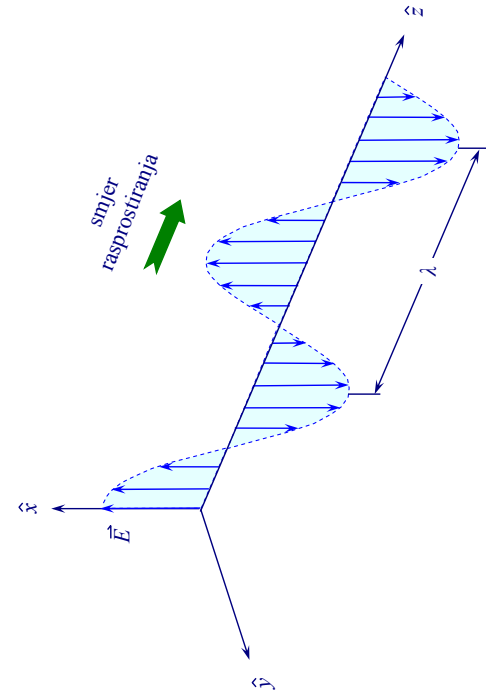


Ravni\_val\_Vektor\_E\_H\_u\_benoj\_ravnini\_v2.avi

## Ravni elektromagnetski val (2)

### Električno polje (linearno polariziran val)

$$E(z, t) = \hat{x}E_0^+ \cos(\omega t - \beta z)$$



## Ravni elektromagnetski val (1)

Trenutačno polje u vremenskoj domeni može se napisati kao

$$E_x(z, t) = \text{Re}\{E_0^+ e^{i\omega t}\} = \text{Re}\{E_0^+ e^{-i\beta z} e^{i\omega t} + E_0^- e^{i\beta z} e^{i\omega t}\} = E_0^+ \cos(\omega t - \beta z) + E_0^- \cos(\omega t + \beta z)$$

gdje su radi jednostavnosti uzete realne konstante  $E_0^+$  i  $E_0^-$ , tj. pretpostavljeno je da su relativni fazni kutovi valova koji putuju u pozitivnom i negativnom smjeru osi  $\hat{z}$  jednaki nuli. Zadrže li se kompleksne konstante, njihov se fazni pomak može uzeti u obzir tako da se u argumentu kosinusa dodaju odgovarajući fazni kutovi,  $\varphi_+$  i  $\varphi_-$ .

Da bi našli kako se vektorsko električno polje elektromagnetskoga vala pojavljuje u prostoru i vremenu, dovoljno je razmotriti samo prvi član gornjeg izraza, tj.

$$E(z, t) = \hat{x}E_0^+ \cos(\omega t - \beta z)$$

gdje je polju vraćen smjer primjenom jediničnog vektora  $\hat{x}$ . U ovom je primjeru električno polje polarizirano u smjeru osi  $\hat{x}$ , pa kažemo da je *x*-polarizirano

## Ravni elektromagnetski val (3)

### Brzina vala

Točka stalne faze je točka u kojoj se jakost polja ne mijenja promjenom položaja vala. Njezino gibanje u prostoru i vremenu mora zadovoljiti uvjet  $\omega t - \beta z = \text{konstanta}$ . Deriviranje tog izraza po vremenu daje

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = v_f$$

što je jednako brzini kojom se promatrač mora kretati da bi ostao u istoj točki valnog oblika. Budući da je to brzina točke konstantne faze, dano joj je ime *fazna brzina* i nosi oznaku  $v_f$ . Količnik kružne frekvencije i valnog broja daje

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

što znači da val putuje konstantnom brzinom. Za val u vakuumu fazna je brzina jednaka brzini svjetlosti  $c = 1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 2,998 \text{ m/s}$ .

## Ravni elektromagnetski val (4)

### Valna impedancija

Veličina koja povezuje električno i magnetsko polje:

$$\eta = \frac{\omega\mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

zove se **intrinzična impedancija sredstva** i ima dimenziju u omima ( $\Omega$ ). Uveo ju je Schelkunoff 1920. godine prema analogiji s impedancijom u električnim krugovima. Za val u vakuumu iznosi

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 376,73 \simeq 120\pi \text{ oma.}$$

Otuda je veličina magnetskog polja ravnoga vala u slobodnome prostoru:

$$\underline{H}^+ = \frac{1}{\eta_0} \underline{E}^+$$

## Ravni elektromagnetski val (5)

### Magnetsko polje

U elektromagnetskomu je valu električno polje svezano s magnetskim poljem koje se može izravno izvesti iz Faradayeva ili Ampèrova zakona. Budući da električno polje u ovom primjeru ima samo x-komponentu i  $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ , Faradayev zakon u fazorskom obliku, nakon primjene operacije rotora na električno polje, daje

$$\underline{\vec{H}}(z) = \frac{\nabla \times \underline{\vec{E}}}{-j\omega\mu} = \frac{1}{-j\omega\mu} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_0^+ e^{-j\beta z} & 0 & 0 \end{vmatrix} = \hat{y} \frac{\beta E_0^+}{\omega\mu} e^{-j\beta z}$$

što se bilježi se u vremenskoj domeni kao

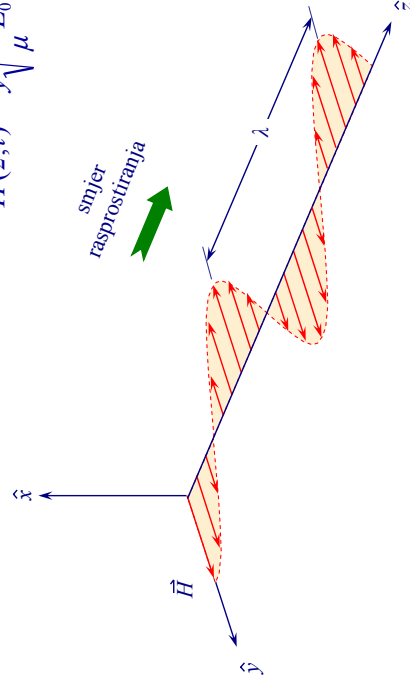
$$H(z, t) = \hat{y} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^+ \cos(\omega t - \beta z)$$

Dakle, magnetsko polje ima samo y-komponentu, odnosno djeluje samo u smjeru y-osi i ima jednaku ovisnost o vremenu i prostoru kao električno polje.

## Ravni elektromagnetski val (6)

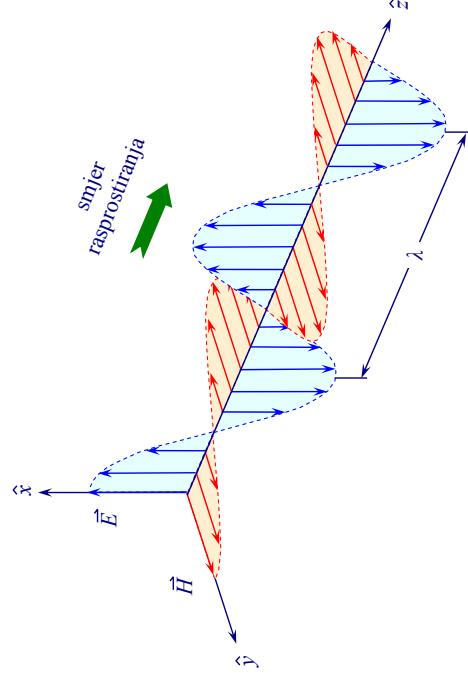
### Magnetsko polje

$$\underline{\vec{H}}(z, t) = \hat{y} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^+ \cos(\omega t - \beta z)$$



## Ravni elektromagnetski val (7)

### Električno i magnetsko polje



## Snaga i energija

Ako su  $\vec{E}$  i  $\vec{H}$  harmonijski vektori (sinusne ovisnosti u vremenu i prostoru), onda njihov vektorski umnožak

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

koji zovemo **Poyntingov vektor**, pokazuje trenutnu gustoću snage koju prenosi transverzalni elektromagnetski val.

S druge strane, **Poyntingov teorem** pokazuje da se gustoća srednje snage koju prenosi val može izračunati iz realnog dijela jedne polovine **kompleksnog Poyntingova vektora**  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}^*$  kao

$$\langle \vec{S}(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{E}(t) \times \vec{H}(t) dt = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \vec{E} \times \vec{H}^* \right\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \vec{S} \right\}$$

gdje su  $\vec{E}$  i  $\vec{H}$  fazori, i gdje zvjezdica označuje konjugirano kompleksnu vrijednost fazora magnetskog polja.  $T$  je perioda polja.

## Gustoća toka snage (2)

Gustoća toka snage (ili kraće gustoća snage) izražava se u jedinicama  $\text{W}/\text{m}^2$  ili  $\text{mW}/\text{cm}^2$ , a numerička je veza između njih  $1 \text{ W}/\text{m}^2 = 0,1 \text{ mW}/\text{cm}^2$ .

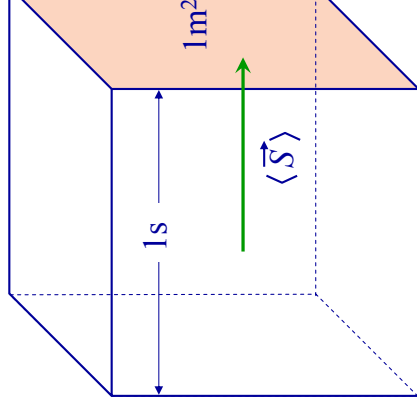
Za ravni je val u slobodnome prostoru gustoća snage jednaka umnošku efektivnih vrijednosti električnog i magnetskog polja, tj.  $\langle S \rangle = E_{\text{ef}} H_{\text{ef}}$ . Ako su poznate amplitude polja  $E$  i  $H$ , onda je  $\langle S \rangle = EH/2$ .

Budući da su električno i magnetsko polje međusobno vezani intrinzičnom valnom impedancijom slobodnoga prostora ( $\eta = 376,7 \Omega$ ), izlazi:

$$\langle S \rangle = E_{\text{ef}}^2 / 376,7 = 376,7 H_{\text{ef}}^2 \quad (\text{W}/\text{m}^2)$$

## Gustoća toka snage (1)

Srednja gustoća snage  $\langle \vec{S} \rangle$  jest snaga koja u jednoj sekundi prođe kroz jedan četvorni metar u ravnini okomitoj na smjer širenja vala.



## Sažetak: Ravni elektromagnetski valovi

### Transverzalni ravni val

- Električno i magnetsko polje u homogenom, izotropnom i linearnom sredstvu bez gubitaka međusobno su okomiti.
- Smjer rasprostiranja elektromagnetske energije (i Poyntingov vektor) također je okomit na vektore električnog i magnetskog polja.
- Faze obaju polja ne ovise o koordinatama  $x$  i  $y$ , što znači da ne postoji promjena faze u ravnini koja je okomita na smjer rasprostiranja.
- Val koji ne pokazuje promjenu faze u ravnini zove se **ravni val**.
- Kako se obje komponente polja nalaze u ravnini koja je poprečna na smjer rasprostiranja ti se valovi još zovu **transverzalni (poprečni) elektromagnetski valovi** ili **TEM-valovi** (prema eng. *transverse electromagnetic waves*).
- Ako je i amplituda vala konstantna (kao u ovom primjeru), onda se val zove **uniformni ravni val**.
- Gustoća toka srednje snage jednaka je umnošku efektivnih vrijednosti polja.
- U slobodnome prostoru val se rasprostire brzinom svjetlosti  $c$ .
- Ukupna energija koju prenosi ravni val jednaka je zbroju pohranjene energije u električnom i magnetskom polju, koje su međusobno jednake.



## Parametri antene

- Polarizacija
- Dijagram zračenja
- Impedancija
- Usmjerenost i dobitak
- Efektivna površina (duljina i visina)
- Temperatura šuma
- Električka i mehanička obilježja

## Polarizacija (1)

- Polarizacija vala određena je krivuljom koja opisuje vrh vektora **električnog polja** u fronti ravnog vala. Slično se definiira polarizacija antene.
- Polarizacija antene odgovara polarizaciji vala koji antena zrači (odašilje).

Pritom razlikujemo sljedeće polarizacije:

- linearnu,
- kružnu (desnu i lijevu) i
- eliptičnu (desnu i lijevu).

Polarizaciju možemo definirati s pomoću sljedećih veličina:

- **aksijalni odnos** (omjer velike i male osi elipse u eliptične polarizacije),
- **smjer** u kojem se vrti vektor električnog polja (lijeva ili desna),
- **orijentacija** velike osi elipse u prostoru za eliptičnu polarizaciju.

Polarizacija se poglavito definiira u smjeru maksimalnog zračenja antene. U drugim smjerovima, polarizacija je nerijetko različita od željene!

## Polarizacija (2)

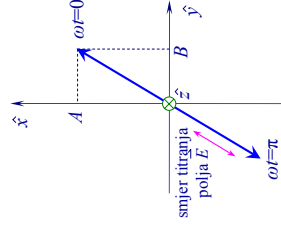
### Linearna polarizacija

Ravni val koji smo do sada razmatrali imao je vektor električnog polja u smjeru čvrste osi. Takav se val zove **linearno polarizirani val**. Vektor električnog polja može imati čvrsti smjer ili mu se smjer može mijenjati u vremenu. Ako se elektromagnetski val rasprostire u  $x$ -smjeru, da bi zadovoljili jednadžbu,  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$  električno polje može imati samo komponente  $E_x$  i  $E_y$ . Superpozicija daje

$$\vec{E}(z) = (\hat{x}A + \hat{y}B)e^{-j\beta z} \quad \vec{H}(z) = \frac{1}{\eta}(-\hat{x}B + \hat{y}A)e^{-j\beta z}$$

gdje smo kraće zabilježili  $A = E_x$  i  $B = E_y$ .

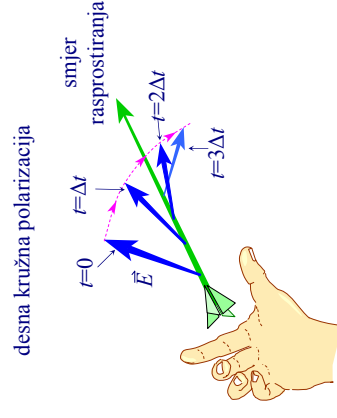
1. Ako je  $B = 0$ , onda je val linearno polariziran u  $x$ -smjeru.
2. Ako je  $A = 0$ , onda je val linearno polariziran u  $y$ -smjeru.
3. Ako su  $A$  i  $B$  **realni** (ili kompleksni i istofazni), val je opet linearno polariziran u smjeru osi koja je nagnuta pod kutom  $\arctan(B/A)$  u odnosu na  $x$ -os.



## Polarizacija (3)

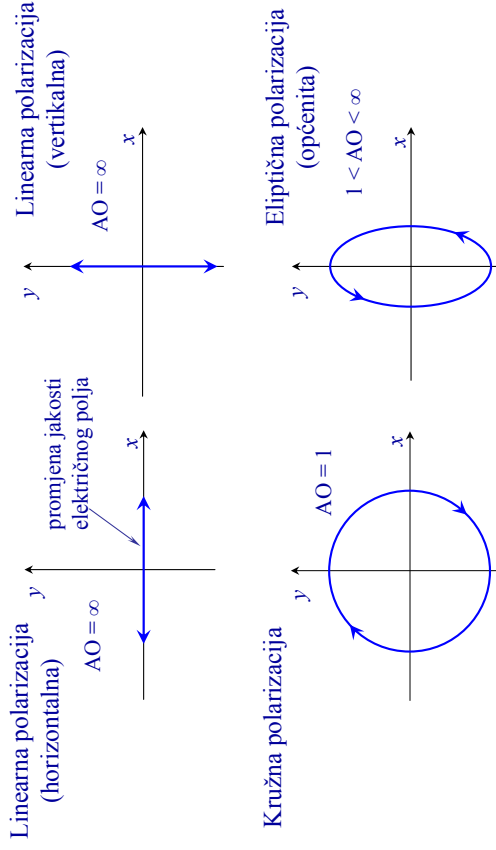
### Kružna polarizacija

Razmotrimo slučaj u kojem  $x$ - i  $y$ -komponente imaju jednake amplitude ( $A = B$ ) i fázno su pomaknute za  $90^\circ$ , odnosno  $\varphi_A - \varphi_B = \pm \pi/2$ , što znači da je  $E_y = jE_x$ . Tada električno polje i dalje leži u ravnini  $x$ - $y$ , ali se sada okreće u obratnom smjeru kazaljke sata gledajući u rep strelice Poyntingova vektora. Otuda je aksijalni odnos kružne polarizacije jednak jedinici ( $AO = 1$ ).



desna kružna polarizacija

## Polarizacija (4)

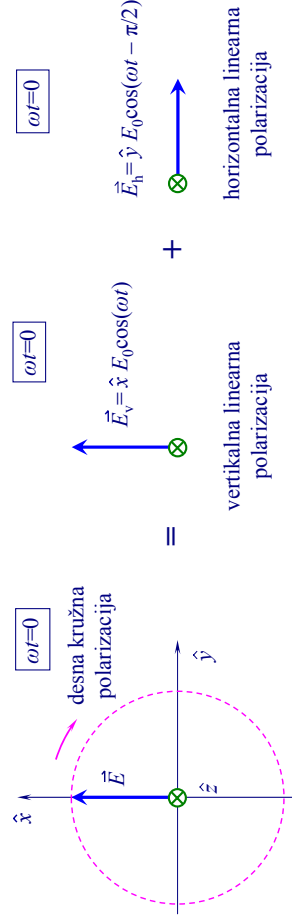


$AO =$  aksijalni odnos (omjer velike i male osi elipse)

## Polarizacija (6)

### Rastavljanje i sastavljanje polarizacije

- Svaka se polarizacija može rastaviti na dvije ortogonalne linearne polarizacije.
- Kružna se polarizacija, na primjer, može rastaviti na dvije ortogonalne linearne polarizacije.
- Linearno polariziran val može se na primjer, rastaviti na dva ortogonalna kružna polarizirana vala.
- Suprotnim se postupkom može ostvariti val bilo koje polarizacije s pomoću dvaju odgovarajućih ortogonalnih valova.

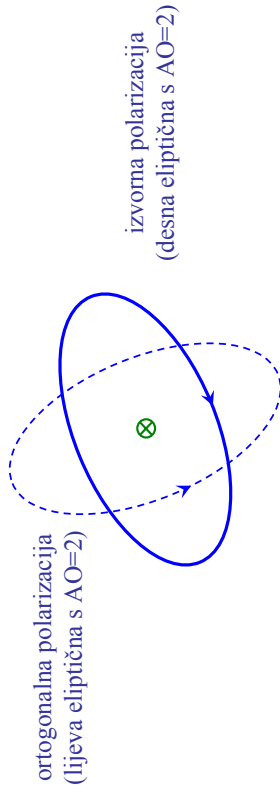


## Polarizacija (5)

### Ortogonalna polarizacija

Linearno polarizirani ortogonalni valovi imaju međusobno okomita polja. Kružno polarizirani valovi imaju suprotne smjerove vrtnje (desnoj kružnoj polarizaciji ortogonalna je lijeva kružna polarizacija). Eliptično polarizirani ortogonalni valovi imaju isti aksijalni odnos, ali su im smjerovi vrtnje suprotni i velike osi elipse međusobno okomite. Na slici prikazana je općenita eliptična polarizacija i njezina ortogonalna polarizacija.

Antena ne može primati valove ortogonalne polarizacije!



## Zračena polja antene (1)

1. Na dovoljno velikoj udaljenosti, svaka se antena doimlje poput točkasta izvora elektromagnetske energije.
2. Prikaz prostorne razdiobe jakosti polja u kuglastome koordinatnom sustavu.
3. Daleko od odašiljačke antene, vektor električnog polja u kuglastome koordinatnom sustavu može se napisati kao

$$\vec{E}(r, \theta, \varphi) = [\hat{\theta} F_{\theta}(\theta, \varphi) + \hat{\varphi} F_{\varphi}(\theta, \varphi)] \frac{e^{-j\beta r}}{r}$$

gdje su  $\hat{\theta}$  i  $\hat{\varphi}$  jedinični vektori u kuglastome koordinatnom sustavu, a  $\beta = 2\pi/\lambda$  **koeficijent faze**.  $F_{\theta}(\theta, \varphi)$  i  $F_{\varphi}(\theta, \varphi)$  funkcije su prostornog dijagrama zračenja za polja. Električno polje može biti polarizirano bilo u smjeru  $\hat{\theta}$  bilo u smjeru  $\hat{\varphi}$ , ili kao njihova kombinacija, ali nikako ne i u radialnom smjeru  $\hat{r}$ . Daleko od antene, u ograničenom dijelu prostora, kuglasti val ima oblik ravnoga vala pa se fronta vala nerijetko aproksimira ravinom.

## Zračena polja antene (2)

Kad god postoji putujuće električno polje, istodobno mora postojati i putujuće magnetsko polje koje je čvrsto vezano s električnim poljem preko Maxwellovih rotorskih jednadžba. Stoga se TEM val sastoji od komponenata:

$$H_{\phi} = \frac{E_{\theta}}{\eta_0} \quad H_{\theta} = \frac{-E_{\phi}}{\eta_0}$$

gdje je  $\eta_0 = 376,7 \Omega$  intrinzična valna impedancija slobodnog prostora.

Poyntingov vektor (gustoća toka snage) za elektromagnetska polja dan je vektorskim umnoškom električnog i magnetskog polja:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (\text{W/m}^2)$$

## Dijagram zračenja (2)

Obično se definiraju dva dijagrama zračenja u dvjema ortogonalnim ravninama, ravnine električnog i magnetskog polja, ili u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini.

Kut u horizontalnoj ravnini je kut azimuta, a kut u vertikalnoj ravnini je kut elevacije koji češće zamjenjuje polarni kut koji mu je komplementaran.

U većini komunikacijskih primjena traži se zračenje i prijam elektromagnetske energije samo u jednom smjeru pa antena ima redovito samo jedan glavni snop (glavna latica u dijagramu zračenja) i veći broj sekundarnih latica.

U ispravno izvedenom antenskom sustavu razine sekundarnih latica znatno su niže od razine zračenja u glavnom smjeru (smjer maksimalnog zračenja).

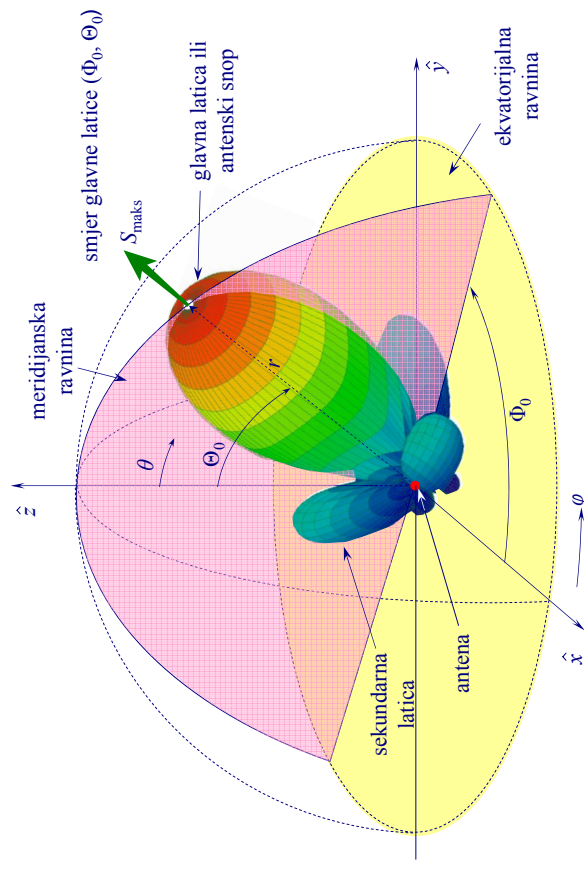
Ispravnom konstrukcijom antene, dijagram zračenja može se posebno oblikovati za određenu namjenu ili primjenu. Tako se npr. može ostvariti svesmjerno ili usmjereno zračenje u jednoj ravnini, a usmjereno zračenje u drugoj ravnini i sl.

## Dijagram zračenja (1)

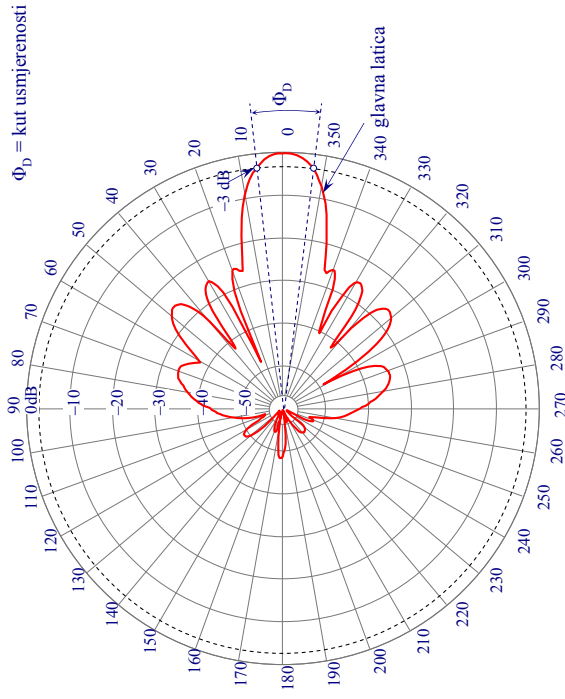
Snaga koju antena prima funkcija je kutnog položaja i radijalne udaljenosti od antene. Na velikim udaljenostima  $r$  od antene (mnogo valnih duljina) prijamna snaga opada s kvadratom udaljenosti  $1/r^2$  u svim smjerovima.

Promjena gustoće snage s kutnim položajem određena je vrstom antene i može se grafički prikazati kao **dijagram zračenja**. Dijagram zračenja, koji se nerijetko prikazuje u polarnom dijagramu, jednak je za prijamnu i odašiljačku antenu.

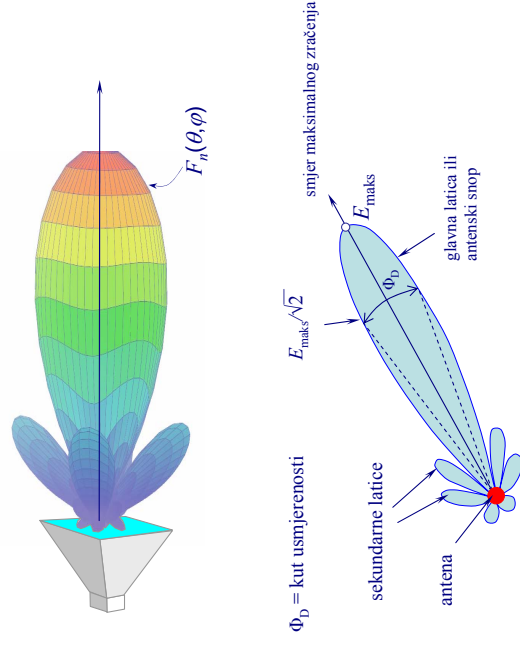
## Dijagram zračenja antene (3)



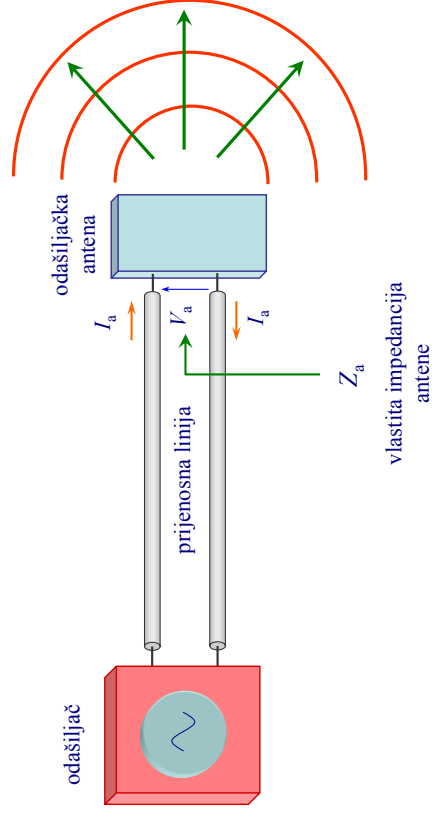
## Dijagram zračenja antene (4)



## Dijagram zračenja (5)



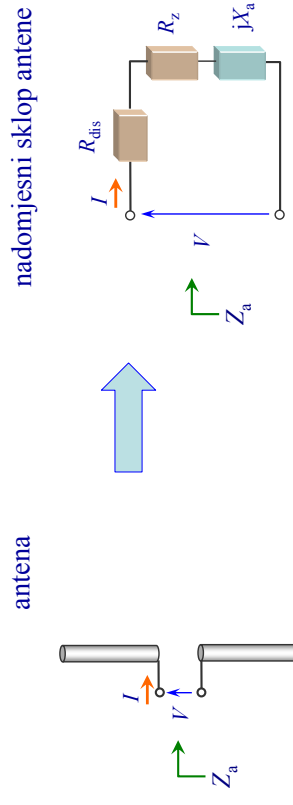
## Impedancija antene (1)



## Impedancija antene (2)

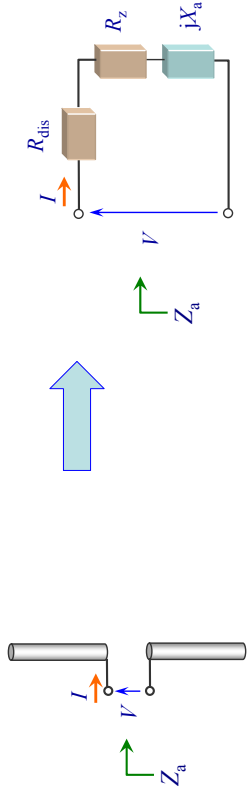
- Antena se na svojim priključnicama vlada kao impedancija električne mreže.
- Ta je impedancija jednaka omjeru fazora napona i struje na priključnicama.
- Ako se antena nalazi posve sama u slobodnome prostoru, onda se impedancija na priključnicama antene zove **vlastita impedancija antene**.

$$Z_a = R_a + jX_a = R_z + R_{\text{dis}} + jX_a$$



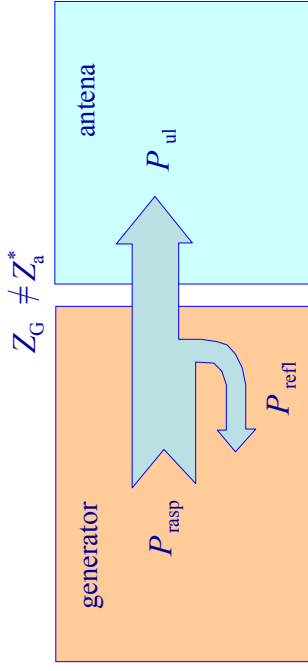
## Impedancija antene (3)

- Snagu koju antena zrači u slobodni prostor generator ili odašiljač „doživljava“ kao gubitak snage, jer ta snaga napušta elektromagnetski sustav i nikad se u njega ne vraća osim ako ne postoji refleksija u prostoru blizu antene.
- Tom gubitku snage razmjernan je neki otpor koji se zove *otpor zračenja*.
- Stoga se dio ulazne impedancije antene nadomještuje otporom zračenja,  $R_z$ .
- Slično se gubi u vodičima i dielektričnim dijelovima antene nadomještuju otporom  $R_{\text{dis}}$ .
- Najveća snaga koju antena može primiti iz odašiljača ili pobudne linije postiže se u uvjetima konjugirano kompleksne prilagodbe, tj.  $Z_a = Z_G^*$ ,



## Impedancija antene (5)

Ako antena nije prilagođena generatoru ( $Z_G \neq Z_a^*$ ) dio raspoložive snage generatora reflektira se na priključnicama antene i vraća u generator.



Snaga predana anteni, odnosno snaga koja ulazi u antenu ( $P_{\text{ul}}$ ) jednaka je razlici raspoložive snage generatora ( $P_{\text{rasp}}$ ) i reflektirane snage ( $P_{\text{refl}}$ ), tj.

$$P_{\text{ul}} = (1 - |\Gamma|^2) P_{\text{rasp}} = P_{\text{rasp}} - |\Gamma|^2 P_{\text{rasp}} = P_{\text{rasp}} - P_{\text{refl}}$$

gdje je  $\Gamma$  koeficijent refleksije antene.

## Impedancija antene (4)

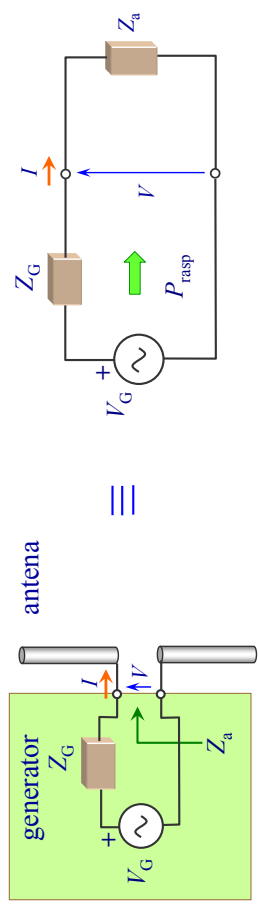
Maksimalna snaga koju generator (odašiljač) može predati anteni zove se raspoloživa snaga generatora,  $P_{\text{rasp}}$ . Ta se snaga postiže uz uvjet konjugirano kompleksne prilagodbe, tj. kad je

$$Z_G = Z_a^*$$

i iznosi

$$P_{\text{rasp}} = \frac{V_G^2}{4R_G}$$

gdje je  $V_G$  efektivna vrijednost elektromotome sile generatora, a  $R_G$  unutarnji otpor generatora (realni dio unutarnje impedancije generatora).



## Učinkovitost zračenja (1)

Stvarana antena ne zrači svu snagu koju prima iz generatora, jer se dio snage pretvara u toplinu zbog konačnih gubitaka u vodičima i dielektricima od kojih je antena izrađena. Stoga je korisno definirati faktor učinkovitosti (ili kraće, učinkovitost) antene.

**Faktor učinkovitosti zračenja** definira se kao

$$\kappa_z = \frac{P_z}{P_{\text{ul}}} = \frac{P_{\text{ul}} - P_{\text{dis}}}{P_{\text{ul}}} = 1 - \frac{P_{\text{dis}}}{P_{\text{ul}}}$$

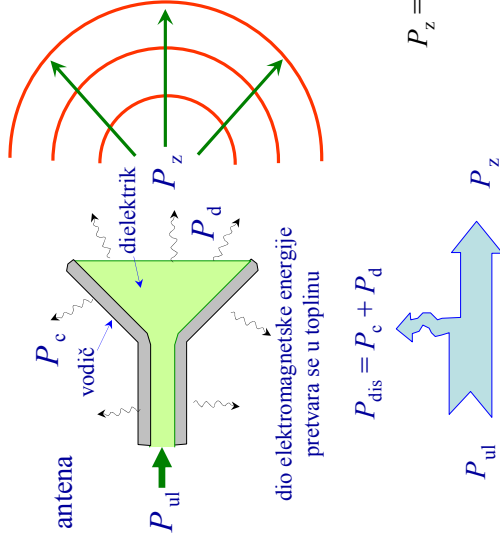
gdje je  $P_{\text{ul}}$  ulazna snaga, ili snaga predana anteni, a  $P_z$  zračena snaga.  $P_{\text{dis}}$  označuje snagu koja se dissipira u vodičima i dielektricima.

Budući da se snaga može definirati preko struje i otpora kao  $P = I^2 R$ , gdje je  $I$  efektivna vrijednost struje, faktor učinkovitosti zračenja može se prikazati i kao:

$$\kappa_z = \frac{I^2 R_z}{I^2 (R_z + R_{\text{dis}})} = \frac{R_z}{R_z + R_{\text{dis}}}$$

## Učinkovitost zračenja (2)

Dio disipacije stvara se u vodičima zbog konačne provodnosti materijala, a dio u dielektriku zbog konačnih dielektričnih gubitaka.



## Gustoća toka snage

Gustoća toka snage  $S_r(\theta, \varphi)$  definirana je Poyntingovim vektorom kao

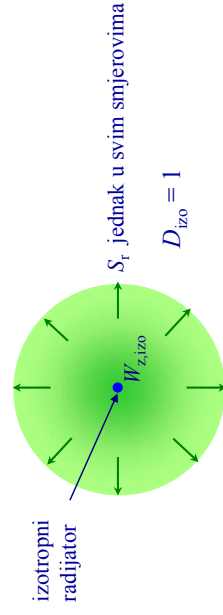
$$\begin{aligned} S_r(\theta, \varphi) &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ E_\theta H_\varphi^* + E_\varphi H_\theta^* \} = \\ &= \frac{1}{2\eta_0} [ |E_\theta|^2 + |E_\varphi|^2 ] = \frac{1}{2\eta_0 r^2} [ |F_\theta|^2 + |F_\varphi|^2 ] \quad [\text{W}] \end{aligned}$$

Zračena snaga može se izračunati integriranjem razdiobe srednje gustoće snage na površini kugle polumjera  $r$ , ako je sredstvo unutar te kugle bez gubitaka, tj.

$$P_z = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \langle S_r(\theta, \varphi) \rangle r^2 \sin\theta d\varphi d\theta$$

## Usmjerenost (1)

Pri proučavanju antena korisno je uvesti fiktivni **izotropni radijator**. To je antena koja zrači jednakim intenzitetom u svim smjerovima ili koja iz svih smjerova prima jednoliko.



Zbog toga što su elektromagnetska polja polarizirana i smjer njihova djelovanja ovisi o smjeru struje u vodiču, koja ih stvara, izotropni je radijator nemoguće fizički ostvariti. Izotropni radijator ima jediničnu usmjerenost,  $D_{izo} = 1$ .

## Usmjerenost (2)

**Usmjerenost  $D$**  definira se kao **omjer gustoće snage zračene u smjeru maksimuma dijagrama zračenja i srednje gustoće snage na istoj udaljenosti  $r$  od antene**, tj.

$$D = \frac{S_{r, \text{maks}}}{S_{r, \text{sred}}} = \frac{4\pi r^2 S_{r, \text{maks}}}{P_z} = \frac{4\pi S_{r, \text{maks}}}{\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} S_r(\theta, \varphi) \sin\theta d\varphi d\theta}$$

**Srednja gustoća snage** jednaka je ukupnoj zračenoj snazi antene podijeljenoj s ploštinom kugle polumjera  $r$  u čijem je središtu antena, tj.

$$S_{r, \text{sred}} = \frac{P_o}{4\pi r^2}$$

gdje je  $P_o = P_z =$  odaslana (ili zračena) snaga

## Usmjerenost (3)

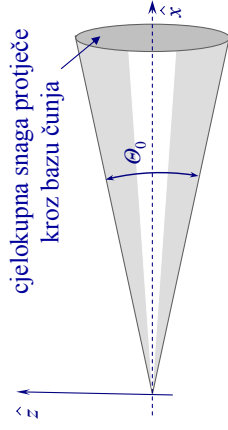
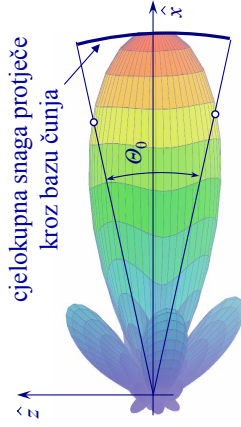
*Usmjerenost je broj koji nam kazuje koliko puta zračena snaga izotropnoga radijatora mora biti veća od zračene snage promatrane antene, da bi na jednakoj udaljenosti gustoća snage iz izotropnoga radijatora bila jednaka gustoći snage koju usmjereni antena zrači u smjeru maksimalnog zračenja.*

$$D = \frac{4\pi}{\Theta_D \Phi_D}$$

ili

$$D = \frac{41253}{\Theta_D^{\circ} \Phi_D^{\circ}}$$

gdje su kutovi usmjerenosti  $\Phi_D^{\circ}$  i  $\Theta_D^{\circ}$  zadani u lučnim stupnjevima



## Dobitak

Pri definiranju **dobitka** uz prostornu razdiobu gustoće zračene snage u obzir se uzimaju i gubici u anteni. Veza između dobitka **G** i usmjerenosti **D** glasi:

$$G = \kappa_z \cdot D$$

gdje je  $\kappa_z$  faktor iskorištenja antene (ili učinkovitost antene).

*Dobitak je broj koji kazuje koliko puta mora biti veća zračena snaga izotropnog radijatora u odnosu na privedenu snagu promatrane antene, da bi se na jednakoj udaljenosti dobila ista gustoća snage koju usmjereni antena zrači u smjeru maksimalnog zračenja.*

## Veza između usmjerenosti i kuta usmjerenosti

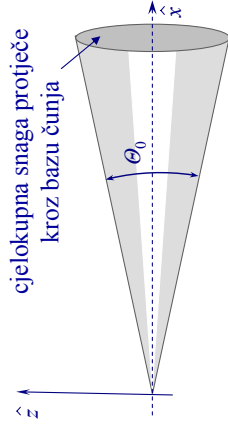
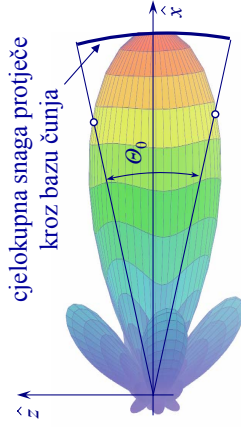
Za antenu s jednom uskom glavnom laticom može se uspostaviti intuitivna približna veza između usmjerenosti i kutova usmjerenosti kao:

$$D = \frac{4\pi}{\Theta_D \Phi_D}$$

ili

$$D = \frac{41253}{\Theta_D^{\circ} \Phi_D^{\circ}}$$

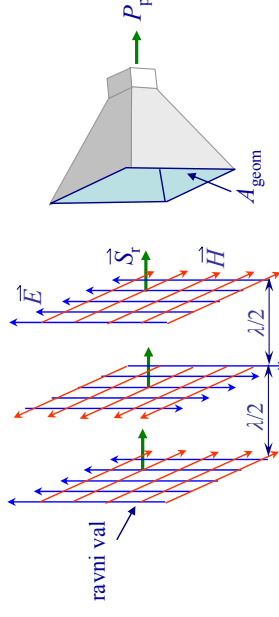
gdje su kutovi usmjerenosti  $\Phi_D^{\circ}$  i  $\Theta_D^{\circ}$  zadani u lučnim stupnjevima



## Efektivna površina antene

*Efektivna površina prijamne antene  $A_{ef}$  definira se kao omjer između snage apsorbirane na prilagođenom teretu  $W_p$  priključenom na antenu i gustoće snage  $S_r = E_{ef} \cdot H_{ef}$  upadnog elektromagnetskog vala, tj.*

$$A_{ef} = \frac{P_p}{S_r}$$



Pri tome se smatra da je teret prilagođen za maksimalni prijenos snage te da antena nema gubitaka, da ima istu polarizaciju kao upadni val i da joj je maksimum glavne laticice usmjeren prema izvoru elektromagnetskog vala.

## Veza između efektivne površine i usmjerenosti

Postoji veza između usmjerenosti i efektivne površine antene, koja glasi:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{\text{ef}}$$

Važna relacija!

Ta je veza posve općenita i vrijedi za sve vrste antena uključujući i antenske nizove.

## Efektivna duljina antene (1)

Za linearne se antene umjesto efektivne površine uvodi pojam *efektivne duljine*. Za prijamnu antenu, *efektivna duljina*  $l_{\text{ef,p}}$  jednaka je omjeru napona  $V_a$  na otvorenim priključnicama antene i jakosti električnog polja  $E$  na mjestu antene, tj. :

$$l_{\text{ef,p}} = \frac{V_a}{E}$$

- Pritom se pretpostavlja da antena ima istovjetnu polarizaciju kao i upadni val, te da joj je maksimum glavne laticice usmjeren prema izvoru zračenja.
- Valja također uočiti da je efektivna duljina antene definirana za antenu s otvorenim priključnicama, za razliku od prilagođene antene pri definiranju efektivne površine.

## Efektivna duljina antene (2)

Za odašiljačku je antenu efektivna duljina antene  $l_{\text{ef,o}}$  jednaka duljini nadomjesne linearne antene koja po cijeloj svojoj duljini ima konstantnu razdiobu struje, čija je jakost jednaka struji  $I_0 = I(z=0)$  na priključnicama izvorne antene.

Pritom obje antene na istoj udaljenosti daju jednaku razinu polja u smjeru okomitom na ravnu žičanu strukturu. Efektivna duljina dobiva se integriranjem razdiobe struje uzduž žičane strukture zračenja, tj. :

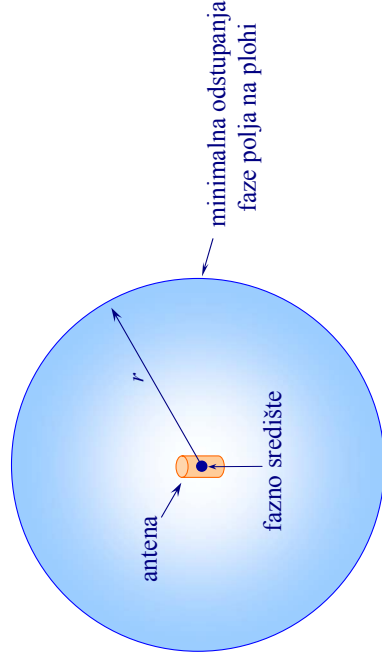
$$l_{\text{ef,o}} = \frac{1}{I_0} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I(z) dz$$

Ovdje je  $L$  stvarna duljina antene,  $z$  je koordinata u smjeru duljine antene s ishodištem ( $z = 0$ ) na polovini duljine  $L$ , a  $I(z)$  stvarna je razdioba struje na anteni čija se efektivna duljina određuje.

## Fazno središte antene

*Fazno središte antene definirano je kao središte zamišljene kugle polumjera  $r > 2d^2/\lambda$  na čijoj se površini postižu minimalna relativna odstupanja faze električnog i magnetskog polja, gdje je  $d$  najveća dimenzija antene.*

Kod antenskih nizova fazno središte obično odgovara geometrijskom središtu antene.





## Područje dalekih polja (1)

**Područje dalekih polja** nalazi se daleko od antene (ovisno o veličini same antene) i u njemu dijagram zračenja ne ovisi o udaljenosti od antene.

U tom se području polja vladaju kao u ravnome valu, tj. lokalne promjene električnog i magnetskog polja imaju jednoliku razdiobu u ravnini okomitoj na smjer širenja.

Ako je maksimalna izmjera antene  $d$  znatno veća od valne duljine  $\lambda$ , onda se može uzeti da daleka zona započinje s udaljenošću  $2d^2/\lambda$  od antenske strukture. To je **Fraunhoferova zona**.

## Područje bliskih polja (2)

**Područje bliskih polja** nalazi se u blizini antene i drugih struktura zračenja. U njemu se oblik dijagrama zračenja antene znatno mijenja s udaljenošću, a električno i magnetsko polje nemaju karakter ravnoga vala.

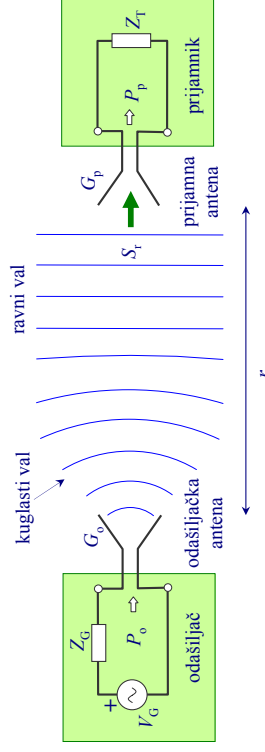
Postoje dvije vrste bliskih polja:

**1. Reaktivna ili induksijska polja** ( $r < \lambda/2\pi$ ), koja su bliže izvoru zračenja i koja sadrže glavnu pohranjenu (reaktivnu ili jalove) energije. U tom se području energija prenosi indukcijom. Kod antenskih nizova, induksijska polja prevladavaju samo u neposrednoj okolini osnovnih elemenata zračenja, kao što je npr. dipol.

**2. Radijacijska bliska polja** nalaze se u tzv. **Fresnelovoj zoni**, odnosno u području  $\lambda/2 < r < 2d^2/\lambda$ . U tom području prevladavaju zračeća polja, ali oblik dijagrama zračenja antene i dalje ovisi o udaljenosti.

## Antena u radijskom sustavu veza (1)

Zamislimo sustav s dvije antene, odašiljačke i prijamne, koje se nalaze same u slobodnome prostoru bez prepreka i drugih objekata koji bi mogli izazvati refleksije elektromagnetskoga vala. Antene gledaju jedna prema drugoj u smjeru maksimalnog zračenja, odnosno maksimalnog prijama i svaka se od njih nalazi u dalekoj zoni one suprotne.



Gustoća snage ili iznos Poyntingova vektora na mjestu prijamne antene iznosi:

$$S_r = \frac{P_o G_o}{4\pi r^2} \quad [\text{W/m}^2]$$

## Antena u radijskom sustavu veza (2)

Frisova prijenosna formula

Otuda je prijamna snaga (snaga koju prijamna antena predaje prilagođenom trošilu)

$$P_p = A_{\text{ef},p} S_r = \frac{G_o P_o A_{\text{ef},p}}{4\pi r^2}$$

Primjenom veze između efektivne površine i usmjerenosti, odnosno dobitka dobiva se:

$$P_p = G_p G_o P_o \left( \frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \quad [\text{W}]$$

Dobiveni izraz poznat je pod imenom **Frisova prijenosna formula** koja daje vezu između snage odašiljača i primljene snage na izlazu prijamne antene, gdje je  $r$  udaljenost između antena.

## Antena u radijskom sustavu veza (3)

Ako postoje refleksije na odašiljačkoj i prijamnoj anteni, onda u Friisovu formulu valja ugraditi odgovarajuće izraze za gubitke koji nastaju zbog tih refleksija. Također, ako na prijamnoj anteni ne postoji savršen sklad polarizacije prijamnu snagu valja umanjiti za faktor razgodeanja polarizacije. Tada Friisova formula poprima cjelovit oblik:

$$P_p = G_p G_o P_o \underbrace{\left( \frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2}_{\substack{\text{učinkovitost} \\ \text{prilagodbe} \\ \text{odašiljača}}} \underbrace{(1 - |\Gamma_o|^2)}_{\substack{\text{učinkovitost} \\ \text{prilagodbe} \\ \text{prijamnika}}} (1 - |\Gamma_p|^2) \kappa_{\text{pol}} \quad [\text{W}]$$

gdje su  $\Gamma_o$  i  $\Gamma_p$  koeficijenti refleksije na odašiljačkoj, odnosno prijamnoj anteni, a  $\kappa_{\text{pol}}$  je faktor razgodeanja polarizacije.

Friisova je formula posebno korisna za mjerenje dobitka antena. Za poznatu radnu frekvenciju, odašiljačku i prijamnu snagu te razmak među antenama i dobitak jedne od antena, iz Friisove formule može se izravno izračunati dobitak druge antene.

U realnom slučaju valja uzeti u račun i razgodeanje impedancije obiju antena te eventualni nesklad polarizacije. Na primjer, razlika u kutu između vektora polarizacije od 5 stupnjeva stvara polarizacijski nesklad od 0,76%, odnosno pogrešku od svega 0,03 dB.